EJERCICIOS

1. En $\mathbb{R}^3$ usar el hecho de que la base $B^{on} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ es una base ortogonal para calcular las coordenadas de los vectores $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ en dicha base.

2. Usar el proceso de Gram-Schmidt para obtener una base ortonormal del subespacio $W_2 = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

3. Usar el proceso de Gram-Schmidt para obtener una base ortonormal del subespacio $W_3 = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

4. Usar el proceso de Gram-Schmidt para obtener una base ortonormal del subespacio $W_4 = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

5. Usar el proceso de Gram-Schmidt para obtener una base ortonormal del subespacio $W_5 = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

6. Determinar si la siguiente es una matriz ortogonal: $A_6 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\operatorname{sen}(\alpha) \\ \operatorname{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$

7. Determinar si la siguiente es una matriz ortogonal: $A_7 = \frac{1}{a^2+b^2}\begin{pmatrix} b^2 - a^2 & -2ab \\ -2ab & a^2 - b^2 \end{pmatrix}$

8. Sabiendo que $a > 0$ y que $x > 0$, obtener los valores a, b, x, y, z, t para que la siguiente matriz sea ortogonal. Con los valores obtenidos calcular A_8^{-1}:

$$A_8 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & a & x \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & b & y \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & z \\ \frac{1}{2} & -\frac{5}{6} & 0 & t \end{pmatrix}$$